

Входная контрольная работа

Вариант 1

1. Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{\frac{x+3}{x^2-2x}}$$

2. Решите уравнение:  $8 \sin^2 x - 5 = 2 \cos x$ .

3. Исследуйте функцию  $f(x) = 0,5x^4 - 4x^2$  на возрастание, убывание и экстремум. Постройте ее график.

4. Площадь прямоугольника равна  $36 \text{ дм}^2$ . Какую длину должны иметь его стороны, чтобы периметр прямоугольника был наименьшим?

а) Задайте формулой функцию, для которой необходимо будет найти точку минимума.

б) Найдите длины сторон прямоугольника, удовлетворяющие условию задачи.

Вариант 2

1. Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{\frac{x^2 - 4x}{2 - x}}$$

2. Решите уравнение:  $4 \sin x + 3 \cos^2 x = \sin^2 x$ .

3. Исследуйте функцию  $f(x) = 2x^3 - 6x + 3$  на возрастание, убывание и экстремум. Постройте ее график.

4. Представьте число 16 в виде произведения двух положительных множителей, сумма квадратов которых будет наименьшей.

а) Задайте формулой функцию, для которой необходимо будет найти точку минимума.

б) Найдите множители, удовлетворяющие условию задачи.

## Контрольная работа по теме «Степени и корни. Степенная функция»

### Вариант 1

1. Вычислите:

а)  $\sqrt[5]{-100000}$ ; б)  $\sqrt[4]{1296}$ ; в)  $-\sqrt[6]{0,000064} + \sqrt[3]{-1331}$ .

2. Расположите числа в порядке убывания:  $\sqrt[3]{31}$ ;  $\sqrt{10}$ ;  $\sqrt[6]{666}$ .

3. Постройте график функции:

а)  $y = \sqrt[3]{x-2} + 1$ ; б)  $y = -\sqrt[6]{x+1} - 2$ .

4. Вычислите:  $\sqrt{40\sqrt{12}} - 4\sqrt[4]{75}$ .

5. Найдите значение выражения:  $\sqrt{9b^2} - \sqrt[3]{8b^3} - \sqrt[4]{256b^4} + \sqrt[8]{2401}$  при  $b = \sqrt{7} - 3$ .

6. Решите уравнение:  $\sqrt[8]{x-2} = -x + 4$ .

### Вариант 2

1. Вычислите:

а)  $\sqrt[3]{-4096}$ ; б)  $\sqrt[6]{0,000064}$ ; в)  $\sqrt[7]{-128} + \sqrt[4]{0,0625}$ .

2. Расположите числа в порядке возрастания:  $\sqrt[4]{2}$ ;  $\sqrt[3]{3}$ ;  $\sqrt[6]{11}$ .

3. Постройте график функции:

а)  $y = \sqrt[5]{x+1} - 2$ ; б)  $y = -\sqrt[4]{x-2} + 1$ .

4. Вычислите:  $6\sqrt[4]{75} - 2\sqrt{15\sqrt{27}}$ .

5. Найдите значение выражения:  $\sqrt{25a^2} + \sqrt[3]{64a^3} - \sqrt[4]{16a^4} - \sqrt[6]{676}$  при  $a = \sqrt[3]{26} - 3$ .

6. Решите уравнение:  $\sqrt[9]{x+2} = -x - 4$ .

## Контрольная работа по теме «Показательная функция»

### Вариант 1

1. Вычислите:

а)  $5^{-3}$ ; б)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ ; в)  $32^{\frac{1}{5}} - 64^{\frac{1}{2}}$ ; г)  $\left(3 - 2^{\frac{1}{3}}\right)\left(9 + 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)$ .

2. Постройте график функции: а)  $y = x^{\frac{1}{3}} - 3$ ; б)  $y = 3^{x-1}$ .

3. Решите уравнение: а)  $\sqrt{3} \cdot 3^{5x} = \frac{1}{3}$ ; б)  $9^x + 6 \cdot 3^{x-1} - 15 = 0$ .

4. Решите неравенство:  $\left(\frac{2}{7}\right)^{3\left(x-\frac{1}{3}\right)} < \left(\frac{4}{49}\right)^{x^2}$ .

5. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} - x^{-2}$  в точке  $x=1$ .

6. Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x, & x \geq 0; \\ \sqrt[3]{x+1}, & x < 0. \end{cases}$

а) Вычислите:  $f(-1), f(3)$ .

б) Постройте график функции.

в) Найдите область значений функции.

г) Выясните, при каких значениях параметра  $a$  уравнение  $f(x) = a$  имеет два корня.

### Вариант 2

1. Вычислите:

а)  $3^{-4}$ ; б)  $\left(\frac{4}{7}\right)^{-1}$ ; в)  $27^{\frac{1}{3}} + 49^{\frac{1}{2}}$ ; г)  $\left(1 + 5^{\frac{2}{3}}\right)\left(1 - 5^{\frac{2}{3}} + 5^{\frac{4}{3}}\right)$ .

2. Постройте график функции: а)  $y = (x+1)^{\frac{1}{5}}$ ; б)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$ .

3. Решите уравнение: а)  $\sqrt{2} \cdot 2^{3x} = \frac{1}{2}$ ; б)  $4^x + 2^{x+2} - 12 = 0$ .

4. Решите неравенство:  $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2+2x} > \left(\frac{1}{25}\right)^{16-x}$ .

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{3}x^3$  на отрезке  $[0;8]$ .

6. Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} 3^x - 2, & x \leq 0; \\ -\sqrt[3]{x+1}, & x > 0. \end{cases}$  а) Вычислите:  $f(-2), f(7)$ .

б) Постройте график функции.

в) Найдите область значений функции.

г) Выясните, при каких значениях параметра  $a$  уравнение  $f(x) = a$  имеет два корня.

## Контрольная работа по теме «Логарифмическая функция»

### Вариант 1

1. Вычислите: а)  $\log_8(64\sqrt[4]{2})$ ; б)  $25^{1-\log_5 10}$ .
2. Постройте график функции: а)  $y = \log_{\frac{1}{2}} x + 2$ ; б)  $y = \log_2 x^3$ .
3. Решите уравнение: а)  $\log_5(x+3) = 2 - \log_5(2x+1)$ ; б)  $\log_3^2 - 2\log_3 x - 1 = 0$ .
4. Решите неравенство:  $\log_3 x \leq 11 - x$ .
5. Решите уравнение:  $100^{\log^2 x} - 8x^{\lg x} = 20$ .

### Вариант 2

1. Вычислите: а)  $\log_2(32\sqrt[3]{16})$ ; б)  $36^{1-\log_6 2}$ .
2. Постройте график функции: а)  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x-3)$ ; б)  $y = \log_3 x^5$ .
3. Решите уравнение: а)  $\log_3(2x-5) + \log_3(2x-3) = 1$ ; б)  $\lg^2 x + 4\lg 10x = 1$ .
4. Решите неравенство:  $\log_{\frac{1}{5}} x \geq x - 6$ .
5. Решите уравнение:  $x^{\log_3 x^2} - 3^{\log_3 x} = 6$ .

## Полугодовая контрольная работа

### Вариант 1

1. Вычислите  $\sqrt[3]{54 \cdot 4}$
2. Найдите произведение корней уравнения  $\sqrt{19 - x^2} = 3$
3. Решите уравнение :  $5^{x+5} = \frac{1}{25}$
4. Решите неравенство  $(\frac{4}{7})^{x+1} < 1$
5. Найдите корни уравнения:  $(2x - 3)\sqrt{2 - 5x + 2x^2} = 0$

Решите неравенство  $5 \cdot 4^x + 23 \cdot 10^x - 10 \cdot 25^x \leq 0$

### Вариант 2

1. Вычислите  $\sqrt[4]{144 \cdot 9}$

2. Найдите произведение корней уравнения  $\sqrt{36 - x^2} = 3$

3. Решите уравнение :  $3^{x+5} = \frac{1}{9}$

4. Решите неравенство  $\left(\frac{2}{5}\right)^{x+1} < 1$

5. Найдите корни уравнения:  $(x - 1)\sqrt{2 - 3x - 2x^2} = 0$ .

Решите неравенство  $4 \cdot 9^x + 13 \cdot 12^x - 12 \cdot 16^x \leq 0$

### Контрольная работа по теме «Логарифмические неравенства»

#### Вариант 1

1. Решите неравенство:  $\log_{\frac{1}{2}}(x + 3) > -2$ .
2. Исследуйте функцию  $y = e^x(2x + 3)$  на монотонность и экстремумы.
3. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \ln(ex)$  в точке  $x=1$ .
4. Решите уравнение:  $\log_5 x^2 + \log_x 5 + 3 = 0$ .
5. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{9}\right)^{-y} = 3^{2x-5}, \\ \log_2(3y + 8x - 3) = \log_2 \lg 10000 + \log_{32} x^5. \end{cases}$$

#### Вариант 2

1. Решите неравенство:  $\log_{\frac{1}{3}}(x + 5) \geq -1$ .
2. Исследуйте функцию  $y = e^x(3x - 2)$  на монотонность и экстремумы.
3. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \ln(2x - 5)$  в точке  $x=3$ .
4. Решите уравнение:  $\log_x 2 - 1 = 4 \log_2 \sqrt{x}$ .
5. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{25}\right)^{-y} = 5^{x+1}, \\ \log_3(4y + 6x - 12) = \lg \log_2 1024 + \log_{27} x^3. \end{cases}$$

## Контрольная работа по теме «Первообразная и интеграл»

### Вариант 1

1. Докажите, что функция  $y = 4x^9 + 2\sin 2x - \frac{1}{x} - 5$  является первообразной для функции  $y = 36x^8 + 4\cos 2x + \frac{1}{x^2}$ .
2. Для данной функции  $y = 4\cos 2x - 3\sin x$  найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную точку  $A(-\pi; 0)$ .
3. Вычислите интеграл: а)  $\int_1^2 4x^3 dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\sin 4x dx$ .
4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 4x + 5$ ,  $y = x + 1$ .
5. Известно, что функция  $y = F(x)$  – первообразная для функции  $y = (x^3 - 9x)\sqrt{x-2}$ . Исследуйте функцию  $y = F(x)$  на монотонность и экстремумы.

### Вариант 2

1. Докажите, что функция  $y = -3x^8 + 2\operatorname{tg}x + \sqrt{-x} + 5\ln x - 7$  является первообразной для функции  $y = -24x^7 + \frac{2}{\cos^2 x} - \frac{1}{2\sqrt{-x}} + \frac{5}{x}$ .
  2. Для данной функции  $y = -2\cos x + 5\sin 2x$  найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную точку  $A(-\frac{\pi}{2}; \frac{5}{2})$ .
  3. Вычислите интеграл: а)  $\int_1^3 6x^2 dx$ ; б)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 4\cos 2x dx$ .
  4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -x^2 + 3x + 4$ ,  $y = x + 1$ .
  5. Известно, что функция  $y = F(x)$  – первообразная для функции  $y = (x^3 - 16x)\sqrt{x-3}$ . Исследуйте функцию  $y = F(x)$  на монотонность и экстремумы.
- 
1. Известно, что функция  $y = F(x)$  – первообразная для функции  $y = (x^3 - 25x)\sqrt{x-4}$ . Сравните числа  $F(6)$  и  $F(7)$ .
- 
1. Вычислите интеграл: а)  $\int_3^6 7x^2 dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{12}} 6\cos 6x dx$ .
  2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -\frac{6}{x}$ ,  $y = x + 7$ .
  3. Известно, что функция  $y = F(x)$  – первообразная для функции  $y = (x^3 - 36x)\sqrt{x-2}$ . Сравните числа  $F(3)$  и  $F(4)$ .

## Контрольная работа по теме «Комбинаторика и теория вероятности»

### Вариант 1

1. В клубе 25 спортсменов. Сколькими способами из них можно составить команду из четырёх человек для участия в четырёхэтапной эстафете с учётом порядка пробега этапов?
2. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 0 при условии, что каждая цифра может встретиться в записи числа один раз?
3. Решите уравнение  $A_{x-1}^2 - C_x^1 = 98$ .
4. Напишите разложение степени бинома  $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^5$ .
5. Из колоды в 36 карт вытаскивают две карты. Какова вероятность извлечь при этом карты одинаковой масти?
6. На прямой взяты шесть точек, а на параллельной ей прямой – 7 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

### Вариант 2

1. Сколькими способами можно составить трёхцветный полосатый флаг, если имеется ткань пяти различных цветов?
2. Сколько различных трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 при условии, что цифры могут повторяться?
3. Решите уравнение  $A_x^3 - 6C_x^{x-2} = 0$ .
4. Напишите разложение степени бинома  $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ .
5. Из колоды в 36 карт вытаскивают три карты. Какова вероятность того, что все они тузы?
6. Сколько существует треугольников, вершины которых являются вершинами данного выпуклого 10-угольника?

## Контрольная работа по теме «Уравнения и неравенства»

### Вариант 1

1. Решите уравнение: а)  $\sqrt{9-x^2}(2\cos x-1)=0$ ; б)  $\lg^2 x + 4\lg \frac{x}{10} = 1$ ;  
в)  $\sqrt{4x+12} + \sqrt{12-8x} = \sqrt{28+8x}$ .
2. Решите неравенство: а)  $\log_{\frac{1}{2}}(3x-x^2) + \sqrt{3}^{\log_3 1} < 0$ ; б)  $3+x-|x-1| > 1$ ;  
в)  $\frac{3^{x+1}+2}{3^x-3} \geq 2\log_3 \sqrt{3}$ .
3. Решите уравнение в целых числах:  $12x-5y=4$ .
4. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} \frac{x+3y}{x-3y} - 4\frac{x-3y}{x+3y} = 3, \\ 34y^2 - x^2 = 9. \end{cases}$$
5. Решите уравнение:  $\log_2(x^2+2) = \cos \pi x$ .

### Вариант 2

1. Решите уравнение: а)  $\sqrt{4-x^2}(2\sin x - \sqrt{3}) = 0$ ; б)  $\log_2^2 x + \log_2 \frac{2}{x} = 3$ ;  
в)  $\sqrt{1,25-x} - \sqrt{1,25+x} = \sqrt{0,5-0,5x}$ .
2. Решите неравенство: а)  $\log_{\frac{1}{4}}(5x-x^2) + \sqrt{5}^{\log_3 1} < 0$ ; б)  $2+x-|2x+1| < -3$ ;  
в)  $\frac{2^{x+2}-5}{2^x+1} \leq 3\log_5 \sqrt[3]{5}$ .
3. Решите уравнение в целых числах:  $5x-3y=11$ .
4. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} \frac{y+x}{y-x} + 5\frac{y-x}{y+x} = 6, \\ x^2 + y^2 = 13. \end{cases}$$
5. Решите уравнение:  $\sin(1,5\pi x) = x^2 + 2x + 2$ .

## Итоговая контрольная работа

### Вариант 1

1. Найдите значение выражения: а)  $\sqrt[5]{32 \cdot 243}$       б)  $\sqrt[4]{9 + \sqrt{65}} \cdot \sqrt[4]{9 - \sqrt{65}}$
2. Найдите общий вид первообразной для функции  $f(x) = 2(3x + 1)^5$
3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3 + 2x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$
4. Решите иррациональное уравнение: а)  $\sqrt{3x - 2} = 5x - 8$   
б)  $\sqrt{3x + 1} < \sqrt{x + 3}$   
в)  $x^2 + \sqrt{x^2 - x + 9} = 3 + x$
5. Решите показательное уравнение:  $3^{x+3} - 2 \cdot 3^{x+1} - 3^x = 180$

### Вариант 2

1. Найдите значение выражения: а)  $\sqrt[4]{16 \cdot 625}$       б)  $\sqrt[3]{10 + \sqrt{73}} \cdot \sqrt[3]{10 - \sqrt{73}}$
2. Найдите общий вид первообразной для функции  $f(x) = 3(4x + 5)^6$
3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3 + 4x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 3$
4. Решите иррациональное уравнение и неравенство: а)  $\sqrt{5x + 1} = 3x - 5$   
б)  $\sqrt{2x - 1} \geq \sqrt{x + 4}$   
в)  $x^2 + 2\sqrt{x^2 - 3x + 11} = 3x + 4$
5. Решите показательное уравнение:  $2^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 7 \cdot 2^{x+1} = 92$