

Контрольная работа № 1 (1 час)

Вариант 1

1. Найдите НОД и НОК чисел 645 и 381.
2. Найдите остаток от деления на 11 числа 437.
3. Запишите периодическую дробь $0,(87)$ в виде обыкновенной дроби.
4. Сравните числа $\sqrt{3} + \sqrt{15}$ и $3\sqrt{2}$.
5. Решите уравнение $x^2 + 1 - 6x = 2|x - 3|$.

6. Решите неравенство $|x^2 - 8| \leq 2x$.

7. Постройте график функции $y = |-2 - |x + 5||$.

Контрольная работа № 1 (1 час)**Вариант 2**

1. Найдите НОД и НОК чисел 846 и 246.
 2. Найдите остаток от деления на 19 числа 671.
 3. Запишите периодическую дробь $0,(35)$ в виде обыкновенной дроби.
 4. Сравните числа $\sqrt{17} + \sqrt{2}$ и $\sqrt{19}$.
 5. Решите уравнение $x^2 + 6x + 7 = |x + 3|$.
-

6. Решите неравенство $|x^2 - 10| > 9x$.
-

7. Постройте график функции $y = |1 - |x + 3||$.

Контрольная работа № 1 (1 час)**Вариант 3**

1. Найдите НОД и НОК чисел 1960 и 588.
2. Найдите остаток от деления на 13 числа 371.
3. Запишите периодическую дробь $0,21(8)$ в виде обыкновенной дроби.
4. Расположите следующие числа в порядке возрастания:

$$-\sqrt{19}; -2\pi; -\sqrt{2} - \sqrt{17} .$$

5. Решите уравнение $x^2 + 4x = 4 + 2|x + 2|$.
-

6. Найдите все двузначные нечетные делители числа 2184.
-

7. Постройте график функции $y = \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$.

Контрольная работа № 1 (1 час)**Вариант 4**

1. Найдите НОД и НОК чисел 1620 и 111.
2. Найдите остаток от деления на 17 числа 392.
3. Запишите периодическую дробь $2,35(7)$ в виде обыкновенной дроби.
4. Расположите следующие числа в порядке убывания:
 $-\sqrt{17}$; $-1,5\pi$; $-\sqrt{2} - \sqrt{15}$.
5. Решите уравнение $x^2 + 34 = 12x + |x - 6|$.

6. Найдите все двузначные четные делители числа 2772

6. Постройте график функции $y = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$.

Контрольная работа № 1 (1 час)**Вариант 5**

1. Найдите НОД и НОК чисел 3366 и 2244.
 2. Докажите, что если натуральное число не делится на 3, то его квадрат, уменьшенный на 1, делится на 3.
 3. Запишите периодическую дробь $23,5(12)$ в виде обыкновенной дроби.
 4. Сравните числа $-3 - 2\sqrt{2}$ и $-\sqrt{34}$.
 5. Решите уравнение $|3 - x| - 1 = |x - 2|$.
-
6. Докажите, что для любых неотрицательных чисел a и b выполняется неравенство $(a + 2)(b + 2)(a + b) \geq 16ab$.
-
7. Для каждого значения параметра a определите число корней уравнения $|x^2 - 2x - 3| = a$.

Контрольная работа № 1 (1 час)**Вариант 6**

1. Найдите НОД и НОК чисел 1638 и 1092.
 2. Докажите, что квадрат любого натурального числа, увеличенный на 1, не делится на 3.
 3. Запишите периодическую дробь $7,1(13)$ в виде обыкновенной дроби.
 4. Сравните числа $-3 - \sqrt{10}$ и $-\sqrt{38}$.
 5. Решите уравнение $|2 - x| = |x - 1| + 1$.
-

6. Докажите, что для любых положительных чисел a и b выполняется

$$\text{неравенство } \left(\frac{1}{a} + 3\right)\left(\frac{1}{b} + 3\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq \frac{24}{ab}.$$

7. Для каждого значения параметра a определите число корней уравнения $||x| - 6| = x + a$.

Контрольная работа № 2 (1 час)

Вариант 1

1. Задаёт ли указанное правило функцию $y = f(x)$, если:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & -1 < x \leq 0, \\ \sqrt{x} + 1, & x \geq 0; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 \leq x \leq 3, \\ x - 3, & x > 3? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- а) найдите область определения функции;
- б) вычислите значения функции в точках -2 ; 1 ; 5 ;
- в) постройте график функции;
- г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = 3|x| - x^2$ на чётность.

3. $y = f(x)$ – периодическая функция с периодом $T = 3$. Известно, что

$$f(x) = 2 - x, \text{ если } 0 < x \leq 3.$$

- а) Постройте график функции;
- б) найдите нули функции;
- в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции, определенной на открытом луче $(-\infty; 0)$.

5. Известно, что функция $y = f(x)$ возрастает на \mathbf{R} . Решите неравенство

$$f\left(\frac{6x^2 + x + 9}{x^2 + 3}\right) \leq f(5).$$

6. Найдите функцию, обратную функции $y = x^2 + 5, \quad x \geq 0$. Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

7. Вычислите: $\frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 21} + \dots + \frac{1}{71 \cdot 76}$.

Контрольная работа № 2 (1 час)

Вариант 2

1. Задаёт ли указанное правило функцию $y = f(x)$, если:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ -x^2, & 0 \leq x \leq 2, \\ -4, & 2 \leq x \leq 5; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 1, \\ x+1, & 1 \leq x < 4? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- а) найдите область определения функции;
 - б) вычислите значения функции в точках $-3; 2; 6$;
 - в) постройте график функции;
 - г) найдите промежутки монотонности функции.
2. Исследуйте функцию $y = \sqrt{x-2} + x^3$ на четность.
3. $y = f(x)$ – периодическая функция с периодом $T = 2$. Известно, что $f(x) = 2x + 4$, если $-3 < x \leq -1$.
- а) Постройте ее график функции;
 - б) найдите нули функции;
 - в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.
4. Придумайте пример аналитически заданной функции, определенной на луче $(-\infty; 0]$.
5. Известно, что функция $y = f(x)$ убывает на \mathbf{R} . Решите неравенство

$$f\left(\frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1}\right) > f(2).$$

6. Найдите функцию, обратную функции $y = 3 - x^2$, $x \geq 0$. Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

7. Вычислите: $\frac{1}{1 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 25} + \dots + \frac{1}{91 \cdot 97}$.

Контрольная работа № 2 (1 час)

Вариант 3

1. Задаёт ли указанное правило функцию $y = f(x)$, если:

$$1) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 \leq x < 1, \\ 1 + (x-1)^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ 2, & x \geq 2; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} -x^2, & -2 \leq x \leq -1, \\ x+2, & x \geq -1? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- а) найдите область определения функции;
- б) вычислите значения функции в точках 0; 1,5; 10;
- в) постройте график функции;
- г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = x^2|x^3| + x^4$ на чётность.

3. $y = f(x)$ – периодическая функция с периодом $T = 4$. Известно, что

$$f(x) = 3 - x^2, \text{ если } -2 < x \leq 2.$$

- а) Постройте график функции;
- б) найдите нули функции;
- в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции $y = f(x)$, определенной при всех $x \geq 0$, кроме точки $x = 2$.

5. Известно, что функция $y = f(x)$ возрастает на \mathbf{R} . Решите неравенство

$$f(|x-2|) \leq f(|x+4|).$$

6. Найдите функцию, обратную функции $y = \frac{4x-5}{2x+4}$. Постройте

на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

7. Докажите, что для любого $n \in \mathbf{N}$ справедливо равенство

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3).$$

Контрольная работа № 2 (1 час)

Вариант 4

1. Задаёт ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

$$1) f(x) = \begin{cases} x-3, & x \leq 1, \\ -x^2, & 1 \leq x < 3; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} -x-1, & x \leq -1, \\ \sqrt{x+1}, & -1 < x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 \leq x \leq 2? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- а) найдите область определения функции;
 - б) вычислите значения функции в точках $-0,75$; 0 ; 3 .
 - в) постройте график функции;
 - г) найдите промежутки монотонности функции.
2. Исследуйте функцию $y = 3x^3 - 4x^5 + \frac{1}{x^2}$ на четность.
3. $y = f(x)$ – периодическая функция с периодом $T = 2$. Известно, что $f(x) = 1 - |x|$, если $-1 < x \leq 1$.
- а) Постройте график функции;
 - б) найдите нули функции;
 - в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.
4. Придумайте пример аналитически заданной функции $y = f(x)$, определенной при всех $x \leq 0$, кроме точки $x = -2$.
5. Известно, что функция $y = f(x)$ убывает на \mathbf{R} . Решите неравенство $f(|2x-3|) \geq f(|x+2|)$.

6. Найдите функцию, обратную функции $y = \frac{2x-4}{x+1}$. Постройте

на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

7. Докажите, что для любого $n \in \mathbf{N}$ справедливо равенство

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2)(n+3) = \frac{1}{5}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4).$$

Контрольная работа № 2 (1 час)

Вариант 5

1. Задаёт ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

$$1) f(x) = \begin{cases} -2x, & -3 \leq x \leq 0, \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{x}, & x \geq 1; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} -x+2, & -4 \leq x \leq 3, \\ \sqrt{x-2}, & x \geq 3? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 1; -3,5;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию $y = \frac{x}{|x|} + x^3 + x^2$ на чётность.

3. $y = f(x)$ – периодическая функция с периодом $T = 4$. Известно, что

$$y = \sqrt{x}, \text{ если } 0 \leq x < 4.$$

а) Постройте график функции;

б) найдите нули функции;

в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример и постройте график аналитически заданной функции, область значений которой состоит из чисел ± 2 .

5. Известно, что функция $y = f(x)$ убывает на \mathbf{R} . Решите неравенство

$$f(x^2 - 3x + 15) > f(x^2 - x).$$

6. Найдите функцию, обратную функции $y = -2 - (x+1)^2$, $x \leq -1$. Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

7. Докажите, что для любого $n \in \mathbf{N}$ справедливо равенство

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2.$$

Контрольная работа № 2 (1 час)

Вариант 6

1. Задаёт ли указанное правило функцию $y = f(x)$:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & -2 < x \leq 1, \\ \sqrt{x}, & 1 \leq x; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x \leq -1, \\ x^2, & -1 \leq x \leq 2, \\ \sqrt{x+14}, & 2 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- а) найдите область определения функции;
 - б) вычислите значения функции в точках -1 ; $\frac{\sqrt{10}}{2}$; 7 ;
 - в) постройте график функции;
 - г) найдите промежутки монотонности функции.
2. Исследуйте функцию $y = x|x| + x^3$ на четность.
3. $y = f(x)$ – периодическая функция с периодом $T = 4$ задана следующим образом: $y = -\sqrt{x}$, если $0 < x \leq 4$.
- а) Постройте график функции;
 - б) найдите нули функции;
 - в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.
4. Придумайте пример и постройте график аналитически заданной функции, множеством значений которой является луч $[2; +\infty)$.
5. Известно, что функция $y = f(x)$ возрастает на \mathbf{R} . Решите неравенство
- $$f(|x-6|) > f(|x^2-5x+9|)$$

6. Найдите функцию, обратную функции $y = -1 - (x+2)^2$, $x \leq -2$.

Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

7. Докажите, что для любого $n \in \mathbf{N}$ справедливо равенство

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3 = n^2(2n^2 - 1).$$

Контрольная работа № 3 (1 час)**Вариант 1**

6. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости xOy . Принадлежат ли дуге $P_1\left(-\frac{5\pi}{6}\right) P_2\left(\frac{\pi}{4}\right)$ точки $M_1(-1; 0)$, $M_2(0; -1)$, $M_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $M_4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$?
7. Вычислите: $\sin\frac{13\pi}{6}$; $\cos(405^\circ)$; $tg\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$; $ctg\left(\frac{5\pi}{4}\right)$.
8. Вычислите $ctg(t-3\pi)$; $\sin(t+2\pi)$; $tg(t-\pi)$, если $\cos(t+2\pi) = -\frac{12}{13}$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$.
9. Решите неравенство: а) $\cos t > \frac{1}{2}$; б) $\sin t \leq \frac{1}{2}$.
10. Постройте график функции $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$.
11. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:
- а) $y = \sin x + \cos x$; б) $y = x^2 + |\sin x|$.

7. Сравните числа $a = \cos 6$, $b = \cos 7$.

8. Решите неравенство $|x - 2\pi| \leq \cos x - 1$.

Контрольная работа № 3 (1 час)

Вариант 2

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости xOy . Принадлежат ли дуге $P_1\left(-\frac{\pi}{2}\right) P_2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ точки

$$M_1\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right), M_2(0; 1), M_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right), M_4\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)?$$

2. Вычислите: $\sin 420^\circ$; $\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)$; $tg\left(\frac{31\pi}{3}\right)$; $ctg(-330^\circ)$.

3. Вычислите $\cos(t+4\pi)$; $ctg(t-3\pi)$; $tg(t)$, если $\sin(t+2\pi) = -\frac{3}{5}$, $-\frac{\pi}{2} < t < 0$.

4. Решите неравенство: а) $\sin t > \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos t \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. Постройте график функции $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - 1$.

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

$$\text{а) } y = \sin x + ctgx; \quad \text{б) } y = x^2 + \sin x.$$

7. Сравните числа $a = \sin 7,5$, $b = \cos 7,5$.

8. Решите неравенство $\sin x \geq \left|x - \frac{\pi}{2}\right| + 1$.

Контрольная работа № 3 (1 час)

Вариант 3

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости xOy . Принадлежат ли дуге $P_1\left(\frac{\pi}{4}\right) P_2\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ точки $M_1(1; 0)$, $M_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $M_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$, $M_4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$?
 2. Вычислите: $\sin 315^\circ$; $\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right)$; $\operatorname{tg}\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$; $\operatorname{ctg}\left(\frac{29\pi}{2}\right)$.
 3. Вычислите $\cos(t-2\pi)$; $\sin(-t+4\pi)$; $\operatorname{tg}(t-\pi)$, если $\operatorname{ctg}(t+\pi)=3$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$.
 4. Решите неравенство: а) $\sin t \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
 5. Постройте график функции $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + 1$.
 6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:
 - а) $y = \cos x + |\operatorname{ctg} x|$;
 - б) $y = x^3 + x^5 + \sin 2x$.
-
7. Расположите в порядке возрастания следующие числа:
 $\cos 7,5$; $\sin 6$; $\cos 6$.
-
8. При каком значении параметра a уравнение $|\sin x| = -x^2 + a$ имеет единственный корень? Чему он равен?

Контрольная работа № 3 (1 час)

Вариант 4

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости XOY . Принадлежат ли дуге $P_1\left(-\frac{2\pi}{3}\right) P_2(\pi)$ точки $M_1(1; 0)$, $M_2\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $M_3(-1; 0)$, $M_4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$?

2. Вычислите: $\sin\left(-\frac{49\pi}{2}\right)$; $\cos\left(-\frac{19\pi}{2}\right)$; $tg\left(\frac{7\pi}{6}\right)$; $ctg(225^\circ)$.

3. Вычислите: $\cos(t-2\pi)$; $ctg(-t)$; $\sin(t)$, если $tg(t) = -\frac{\sqrt{5}}{2}$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

4. Решите неравенство: а) $\sin t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\cos t > -\frac{1}{2}$.

5. Постройте график функции $y = \cos\left(-\frac{\pi}{3} + x\right) - 1$.

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

а) $y = \sin 2x + \cos x$; б) $y = \frac{x^4}{3} + \sin x$.

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа:
 $\cos 3$; $\sin 2$; $\sin 3$.

8. При каком значении параметра a уравнение $\cos x = x^2 + a$ имеет единственный корень? Чему он равен?

Контрольная работа № 3 (1 час)

Вариант 5

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости $ХОУ$. Принадлежат ли дуге $P_1\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ $P_2\left(\frac{9\pi}{4}\right)$ точки $M_1(-1; 0)$, $M_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$, $M_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $M_4(0; 1)$?

2. Вычислите: $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)$; $\cos(420^\circ)$; $tg\left(-\frac{9\pi}{4}\right)$; $ctg\left(\frac{34\pi}{3}\right)$.

3. Вычислите: $\cos(t+6\pi)$; $tg(t-3\pi)$; $\sin(t)$, если $ctg^2(t) = \frac{4}{9}$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

4. Решите неравенство: а) $\sin 2t > -\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\cos t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

5. Постройте график функции $y = -\cos\left(-\frac{\pi}{4} + x\right) + 2$.

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

$$\text{а) } y = |tgx| + \cos x; \quad \text{б) } y = \frac{\cos x}{x} + \sin 3x + x^3$$

7. Расположите в порядке убывания следующие числа:

$$\cos 10; \sin 10; \cos 11; \sin 11.$$

8. При каком значении параметра a неравенство $a - |\cos x| \geq \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$

имеет единственное решение? Найдите это решение.

Контрольная работа № 3 (1 час)

Вариант 6

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости $ХОУ$. Принадлежат ли дуге $P_1\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ $P_2\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ точки $M_1\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $M_2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $M_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $M_4(-1; 0)$?
2. Вычислите: $\sin(315^\circ)$; $\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)$; $tg(-240^\circ)$; $ctg\left(-\frac{40\pi}{3}\right)$.
3. Вычислите: $\cos(t-4\pi)$; $ctg(t+3\pi)$; $\sin(t+2\pi)$, если $tg^2(t) = 49$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.
4. Решите неравенство: а) $\cos 3t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sin t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$.
5. Постройте график функции $y = -\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - 2$.
6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:
 - а) $y = |\sin x| + \cos x$; б) $y = tgx + x^3 + 5$

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа:
 $\cos 5$; $\sin 5$; $\cos 4$, $\sin 4$..

8. При каком значении параметра a неравенство $|\sin x| \leq -x^2 + a$ имеет единственное решение? Найдите это решение.

Контрольная работа № 4 (2 часа)**Вариант 1**

1. Вычислите: а) $5 \arccos \frac{1}{2} + 3 \arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$; б) $\sin \left(4 \arccos \left(-\frac{1}{2} \right) - 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$.
2. Постройте график функции $y = 2 \sin 3x$.
3. Решите уравнение: а) $6 \sin^2 x + 5 \cos x - 7 = 0$;
 б) $2 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$.
4. Найдите корни уравнения $\sin \left(3x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}$, принадлежащие промежутку $[-2\pi; \pi)$.
5. Постройте график функции $y = \arcsin(x+1) - 1$.

6. Решите систему неравенств: а) $\begin{cases} \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x \geq -\frac{1}{2}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$

7. Решите уравнение $\arcsin(3x^2 - 1) = \arcsin(10x - 4)$.

Контрольная работа № 4 (2 часа)

Вариант 2

1. Вычислите: а) $\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \arccos \left(-\frac{1}{2}\right)$; б) $\sin \left(2 \arccos \left(\frac{1}{2}\right) + 3 \operatorname{arctg} \sqrt{3} \right)$.

2. Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \cos 3x$.

3. Решите уравнение: а) $2 \sin x - 3 \cos^2 x + 2 = 0$;

б) $5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$.

4. Найдите корни уравнения $\cos\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, принадлежащие промежутку $[-\pi; \pi)$.

5. Постройте график функции $y = \arccos(x-1) + 1$.

6. Решите систему неравенств: а) $\begin{cases} \sin x \leq 0, \\ \sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \cos x > -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$

7. Решите уравнение $\arccos(2x^2 - 1) = \arccos(3x + 1)$.

Контрольная работа № 4 (2 часа)

Вариант 3

1. Вычислите: а) $\frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 4 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; б) $\operatorname{tg}\left(5 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{4} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2. Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \sin \frac{1}{2} x$.

3. Решите уравнение: а) $3 \sin^2 2x + 2 \sin 2x - 1 = 0$;

б) $4 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$.

4. Найдите корни уравнения $\sin\left(\frac{4x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$, принадлежащие промежутку $[-2\pi; 2\pi)$.

5. Постройте график функции $y = 2 \arcsin\left(x - \frac{1}{2}\right)$.

6. Решите систему неравенств: а) $\begin{cases} \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x > -\frac{1}{7}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \operatorname{ctgx} > -1, \\ \cos x \leq \frac{3}{5}. \end{cases}$

7. Решите уравнение $\arcsin \sqrt{x-5} = \arcsin(3 - \sqrt{10-x})$.

Контрольная работа № 4 (2 часа)

Вариант 4

1. Вычислите: а) $2 \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$; б) $\operatorname{ctg}\left(2 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$.

2. Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \cos \frac{1}{3}x$.

3. Решите уравнения: а) $6 \sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$;

б) $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$.

4. Найдите корни уравнения $\cos\left(\frac{4x}{3} - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, принадлежащие промежутку $[-2\pi; 2\pi)$.

5. Постройте график функции $y = \frac{1}{3} \arccos(x+1)$.

6. Решите систему неравенств: а) $\begin{cases} \cos x \leq \frac{1}{2}, \\ \sin x > -\frac{2}{3}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}, \\ \sin x > \frac{1}{3}. \end{cases}$

7. Решите уравнение $\arccos \sqrt{4-x} = \arccos(3 - \sqrt{5+x})$.

Контрольная работа № 4 (2 часа)

Вариант 5

1. Вычислите: а) $2 \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \sin \arccos \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$; б) $\operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - 3 \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right)$.

2. Постройте график функции $y = \frac{1}{3} \sin 3 \left(x + \frac{\pi}{2} \right) + 1$.

3. Решите уравнения: а) $4 \sin^2 x + \cos x - \frac{7}{2} = 0$;

б) $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2$.

4. Найдите корни уравнения $\sin \left(\frac{3x}{5} - \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, принадлежащие

промежутку $[-2; 9)$.

5. Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x-1)$.

6. Решите систему неравенств: а) $\begin{cases} \sin x \geq \frac{1}{3}, \\ \cos x < \frac{7}{8}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x > 2. \end{cases}$

7. Решите уравнение $\arcsin 3x = \arccos 4x$.

Контрольная работа № 4 (2 часа)

Вариант 6

1. Вычислите: а) $2 \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \cos \arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$; б) $\operatorname{ctg}\left(\frac{1}{4} \operatorname{arctg}\sqrt{3} - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$.

2. Постройте график функции $y = \frac{1}{2} \cos 2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$.

3. Решите уравнение: а) $36 \sin^2 x + 36 \cos x - 29 = 0$;

б) $2 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x - \cos^2 x = -2$.

4. Найдите корни уравнения $\sin\left(\frac{4x}{5} + \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$, принадлежащие промежутку $[-8; 12)$.

5. Постройте график функции $y = 2 \operatorname{arccotg}(x+1)$.

6. Решите систему неравенств: а) $\begin{cases} \sin x < \frac{1}{2}, \\ \cos x \geq -\frac{1}{3}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \cos x < -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x} \geq 2. \end{cases}$

7. Решите уравнение $\arcsin x = \arccos \sqrt{1-x}$.

Контрольная работа № 5 (2 часа)**Вариант 1**

12. Докажите тождество:

$$\text{а) } \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \operatorname{tg}^2 x,$$

$$\text{б) } \cos x + \cos 2x + \cos 6x + \cos 7x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos \frac{5x}{2} \cos 4x.$$

13. Упростите выражение $\frac{\sin x}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)(1 + \sin x)}$.

14. Вычислите $2 \sin 3x \cos 5x - \sin 8x$, если $\sin x - \cos x = 0,9$.

15. Найдите $\cos^2 \frac{x}{2}$, если $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{\sqrt{15}}$, $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

16. Найдите корни уравнения $\sin 8x \cos 2x = \sin 7x \cos 3x$, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

17. Решите уравнение: а) $\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x = \sqrt{3}$;

$$\text{б) } \sin 2x + 2 \operatorname{ctg} x = 3.$$

7. Вычислите $\operatorname{tg}\left(\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)$.

8. Решите уравнение $5 \sin 2x - 11(\sin x + \cos x) + 7 = 0$.

Вариант 2

1. Докажите тождество:

а) $\frac{\cos 2x + \sin^2 x}{\sin 2x} = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x,$

б) $\sin 9x + \sin 10x + \sin 11x + \sin 12x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos x \sin \frac{21x}{2}.$

2. Упростите выражение $1 + \frac{\cos 4x}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right)}.$

3. Вычислите $2 \sin 5x \cos 3x - \sin 8x,$ если $\sin x + \cos x = \sqrt{0,6}.$

4. Найдите $\sin^2 \frac{x}{2},$ если $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 2\sqrt{6}, x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right).$

5. Найдите корни уравнения $\sin 10x \sin 2x = \sin 8x \sin 4x,$
принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right].$

6. Решите уравнение: а) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2};$

б) $\sin 2x + \operatorname{tg} x = 2.$

7. Вычислите $\operatorname{ctg}\left(\arccos\left(-\frac{4}{5}\right) + \operatorname{arccotg}(-1)\right).$

8. Решите уравнение $-5 \sin 2x - 16(\sin x - \cos x) + 8 = 0.$

Контрольная работа № 5 (2 часа)

Вариант 3

1. Докажите тождество:

а) $\frac{2 \sin x - \sin 2x}{2 \sin x + \sin 2x} = \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2},$

б) $\cos 2x - \cos 3x - \cos 4x + \cos 5x = -4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{7x}{2} \sin x.$

2. Упростите выражение $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$

3. Вычислите $2 \sin 3x \sin 2x + \cos 5x,$ если $\cos \frac{x}{2} = \sqrt{0,6}.$

4. Найдите $\operatorname{ctg} 2\left(\frac{\pi}{4} + x\right),$ если $\sin x = -\frac{15}{17}, x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right).$

5. Найдите корни уравнения $\sin 5x + \sin x = \sqrt{3} \cos 2x,$ принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right].$

6. Решите уравнение: а) $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{3};$

б) $1 + \cos x = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}.$

7. Вычислите $\sin\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2} - \operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})\right).$

8. Решите уравнение $\sqrt{1 - 2 \sin 4x} = -\sqrt{6} \cos 2x.$

Контрольная работа № 5 (2 часа)

Вариант 4

1. Докажите тождество:

а) $\cos 2x + \operatorname{tg}^2 x \cos 2x - 1 = -\operatorname{tg}^2 x,$

б) $\sin 4x - \sin 5x - \sin 6x + \sin 7x = -4 \sin \frac{x}{2} \sin x \sin \frac{11x}{2}.$

2. Упростите выражение $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right).$

3. Вычислите $2 \cos 3x \cos 4x - \cos 7x,$ если $\cos \frac{x}{2} = \sqrt{0,8}.$

4. Найдите $\operatorname{tg} 2x,$ если $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{12}{13}, x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right).$

5. Найдите корни уравнения $\cos 5x - \cos 9x + \sqrt{3} \sin 2x = 0,$ принадлежащие промежутку $\left[0; \frac{\pi}{3}\right].$

6. Решите уравнение: а) $\sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x = 1;$

б) $2 + \cos x = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$

7. Вычислите $\cos\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arctg}(-3)\right).$

8. Решите уравнение $\sqrt{1 - 3 \sin 6x} = -2\sqrt{2} \cos 3x.$

Контрольная работа № 5 (2 часа)

Вариант 5

1. Докажите тождество:

а) $\frac{1 + \sin x + \cos x}{1 + \sin x - \cos x} = \operatorname{ctg} \frac{x}{2},$

$$\text{б) } \frac{\cos 3x + \cos 4x + \cos 5x}{\sin 3x + \sin 4x + \sin 5x} = \operatorname{ctg} 4x.$$

2. Упростите выражение $\operatorname{tg}\left(x - \frac{5\pi}{4}\right) \cdot 2\sin^2\left(x + \frac{5\pi}{4}\right)$.

3. Вычислите $2\cos 5x \sin 7x - \sin 12x$, если $\sin x - \cos x = 0,4$.

4. Найдите $\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$, если $\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) = -\sqrt{2}$, $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

5. Найдите корни уравнения $\cos 8x + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = 3\sin(4\pi + 5x)$,

принадлежащие промежутку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

6. Решите уравнение: а) $2\sin x = 2\cos x + \sqrt{6}$;

б) $1 - \cos \frac{x}{2} = \operatorname{tg} \frac{x}{4}$.

7. Вычислите: $\cos\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{3}{4}\right) + \operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)$.

8. Решите уравнение $\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{16}$.

Контрольная работа № 5 (2 часа)**Вариант 6**

1. Докажите тождество:

$$\text{а) } \frac{1 + 2 \cos x + \cos 2x}{1 + \cos 2x - 2 \cos x} = -\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2},$$

$$\text{б) } \frac{\sin 2x - \sin 3x + \sin 4x}{\cos 2x - \cos 3x + \cos 4x} = \operatorname{tg} 3x.$$

2. Упростите выражение $\operatorname{ctg}\left(\frac{3x}{2} + \frac{5\pi}{4}\right) \cdot (1 - \sin(3x - \pi))$.

3. Вычислите $2 \sin 5x \cos 7x - \sin 12x$, если $\sin x + \cos x = 0,3$.

4. Найдите $\cos\left(\frac{x}{2} - 4\pi\right)$, если $\operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

5. Найдите корни уравнения $\sin 8x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 3 \sin 5x$, принадлежащие промежутку $[0; \pi]$.

6. Решите уравнение: а) $\sqrt{2} \sin x = 2 - \sqrt{2} \cos x$;

$$\text{б) } 2\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1\right) = \cos x.$$

7. Вычислите $\sin\left(\operatorname{arccotg}\left(-\frac{4}{3}\right) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$.

8. Решите уравнение $\cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{8} \cos 15x$.

Контрольная работа № 6 (1 час)

Вариант 1

18. Вычислите:

$$\text{а) } (5+i)(-2+3i), \quad \text{б) } \frac{4i}{1+i}.$$

19. Изобразите на комплексной плоскости:

а) середину отрезка, соединяющего точки $1+2i$; $3+2i$;

б) множество точек z , удовлетворяющих условию $\arg z = \frac{\pi}{4}$; в)

множество точек z , удовлетворяющих условию $|z| \leq 3$.

20. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической

форме: а) $6-6i$, б) $-4-3i$.

21. Решите уравнение $x^2 - 2x + 2 = 0$.

22. Вычислите $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^4$.

6. Решите уравнение $z^2 + 3 + 4i = 0$.

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа,

удовлетворяющие условиям:
$$\begin{cases} |z-i| \leq 1, \\ |z+1| < 1. \end{cases}$$

Контрольная работа № 6 (1 час)**Вариант 2**

1. Вычислите:

а) $(3+4i)(6-5i)$, б) $\frac{5+i}{-4+3i}$.

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) середину отрезка, соединяющего точки $2-2i$; $5-2i$;

б) множество точек z , удовлетворяющих условию $\arg z = \frac{2\pi}{3}$;

в) множество точек z , удовлетворяющих условию $|z| \geq 2$.

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а) $\sqrt{3}-i$, б) $3-4i$.

4. Решите уравнение $x^2 + 2x + 4 = 0$.

5. Вычислите $(1-i)^6$.

6. Решите уравнение $z^2 - 5 + 12i = 0$.

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям: $\begin{cases} |z+i| \leq 1, \\ |z-1| < 1. \end{cases}$

Контрольная работа № 6 (1 час)**Вариант 3**

1. Вычислите: а) $(7-2i)(3,5-i)$, б) $\frac{7-i}{3+i}$.

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) середину отрезка, соединяющего точки $-1-2i$; $-3-4i$;

б) множество точек z , удовлетворяющих условию $\arg z = -\frac{3\pi}{4}$;

в) множество точек z , удовлетворяющих условию $|z| \geq 1$.

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а) $2+2\sqrt{3}i$, б) $-3-2i$.

4. Решите уравнение $4x^2 + 4x + 5 = 0$.

5. Вычислите $(1+i)^{10}$.

6. Решите уравнение $z^2 + iz + 1 - 3i = 0$.

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям:
$$\begin{cases} |z+2i| \geq 2, \\ |z-2| \leq 2. \end{cases}$$

Контрольная работа № 6 (1 час)**Вариант 4**

1. Вычислите: а) $(0,5+i)(1+2i)$, б) $\frac{2-i}{1+i}$.
2. Изобразите на комплексной плоскости:
 - а) середину отрезка, соединяющего точки $3-4i$; $7-6i$;
 - б) множество точек z , удовлетворяющих условию $\arg z = -\frac{\pi}{6}$;
 - в) множество точек z , удовлетворяющих условию $|z| \leq 4$.
3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а) $\sqrt{3}+i$, б) $2-3i$.
4. Решите уравнение $x^2 - 14x + 74 = 0$.
5. Вычислите $(1-i\sqrt{3})^6$.

6. Решите уравнение $z^2 + z + 1 + i = 0$.

7. Найдите множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие условиям:
$$\begin{cases} |z+3| \geq 3, \\ |z-2i| \leq 2. \end{cases}$$

Контрольная работа № 6 (1 час)**Вариант 5**

1. Вычислите: а) $(\sqrt{2} - i)(\sqrt{3} + 2i)$, б) $\frac{6 - i}{3 + 4i}$.

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) точки пересечения отрезка, соединяющего точки $-1 + 3i$; $4 - 2i$, с координатными осями;

б) множество точек z , удовлетворяющих условию $\arg z = -\frac{\pi}{2}$;

в) множество точек z , удовлетворяющих условию $2 < |z| < 3$.

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а) $4 - 4\sqrt{3}i$, б) $-4 + 3i$.

4. Решите уравнение $x^2 + 2x + 3 = 0$.

5. Вычислите $\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^6$.

6. Решите уравнение $z^2 - (3 + 2i)z + 5 + i = 0$.

7. Дана точка $z_0 = 3 - 4i$. Изобразите множество точек z для которых

выполняются условия:
$$\begin{cases} |z - z_0| \geq 1, \\ |z - z_0| < 3. \end{cases}$$

Контрольная работа № 6 (1 час)**Вариант 6**

1. Вычислите: а) $(\sqrt{3} + 5i)(5 - \sqrt{3}i)$, б) $\frac{9 - 7i}{2 - 3i}$.

2. Изобразите на комплексной плоскости:

а) точки пересечения отрезка, соединяющего точки $-3 - i$; $1 + 3i$, с координатными осями;

б) множество точек z , удовлетворяющих условию $\arg z = -\frac{5\pi}{6}$;

в) множество точек z , удовлетворяющих условию $1 < |z| < 2$.

3. Запишите комплексное число в стандартной тригонометрической форме: а) $3\sqrt{3} - 3i$, б) $12i - 5$.

4. Решите уравнение $x^2 + 5x + 9 = 0$.

5. Вычислите $(2 + i\sqrt{12})^5$.

6. Решите уравнение $z^2 - (4 + 3i)z + 1 + 5i = 0$.

7. Дана точка $z_0 = -4 - 5i$. Изобразите множество точек z для которых

выполняются условия:
$$\begin{cases} |z - z_0| > 1, \\ |z - z_0| \leq 4. \end{cases}$$

Контрольная работа № 7 (1 час)

Вариант 1

23. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если

ее n -й член задается формулой $x_n = \frac{3n-6}{10}$.

24. Исследуйте последовательность $x_n = \frac{2n+30}{n}$ на ограниченность

и на монотонность.

25. Вычислите: а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 2}{3n^2 + 6n + 12}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$.

26. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования

функции $y = \frac{1}{x^3}$.

27. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

а) $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5$; б) $y = \sqrt{x} + \sin \frac{x}{2} + x^2 \operatorname{tg} 2x$; в) $y = \frac{1 - \cos x}{1 + \sin x}$.

6. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \sin^2 x$ в точке

$x = -\frac{\pi}{4}$.

7. Докажите, что функция $y = \sqrt{2x}$ удовлетворяет соотношению

$$\frac{1}{y^3} + y'' = 0.$$

8. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции $y = \frac{x}{2x-1}$ в точке $x = -1$.

Контрольная работа № 7 (1 час)

Вариант 2

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее n -й член задается формулой $x_n = \frac{2n+5}{3}$.
2. Исследуйте последовательность $x_n = \frac{3n-1}{n}$ на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 7}{6n^2 + 8n + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$.
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции $y = \frac{1}{x^2}$.
5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

а) $y = \frac{x^5}{5} - \frac{2}{3}x^3 + x - 7$; б) $y = \sqrt{x} - \operatorname{tg} \frac{x}{2} + x^2 \cos 2x$; в) $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}$.
6. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \cos^2 x$ в точке $x = \frac{\pi}{4}$.

7. Докажите, что функция $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$ удовлетворяет соотношению $4(y')^3 + y'' = 0$.

-
8. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции $y = \frac{2}{x} - \frac{8}{x^3} + x$ в точке $x = 2$.

Контрольная работа № 7 (1 час)

Вариант 3

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее n -й член задается формулой $x_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}$.
2. Исследуйте последовательность $x_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2}$ на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 + n - 5}{2n^3 - 5n + 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$.
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции $y = \sqrt{1 + 2x}$.
5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:
- а) $y = \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}}$; б) $y = \sqrt{x} \operatorname{tg} x$; в) $y = \sqrt[4]{1 + \cos^2 2x}$.
6. Найдите угол, образованный касательной к графику функции $y = \frac{1}{2}x^2$ в точке с абсциссой $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$, с осью абсцисс.

-
7. Докажите, что функция $y = -5 \cos 2x$ удовлетворяет соотношению

$$\left(\frac{y'''}{40}\right)^2 + \left(\frac{y}{5}\right)^2 = 1.$$

-
8. Найдите значение параметра a , при котором касательная к графику функции $y = a \sin x + a$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{6}$ параллельна прямой $y = x$. Напишите уравнение этой касательной.

Контрольная работа № 7 (1 час)

Вариант 4

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее n -й член задается формулой $x_n = 5 + 5(-1)^n$.
2. Исследуйте последовательность $x_n = \frac{n^2 + 3}{2n^2}$ на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7n^4 + 6n^2 - 1}{8n^4 - n + 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$.
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции $y = \sqrt{1 - 3x}$.
5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

$$а) y = \frac{8}{\sqrt[4]{x}} - \frac{6}{\sqrt[3]{x}}; \quad б) y = \sqrt{x} \cos x; \quad в) y = \sqrt[3]{1 + \sin^2 6x}.$$

28. Найдите угол, образованный касательной к графику функции

$$y = 5 - \frac{1}{2}x^2 \text{ в точке с абсциссой } x = -\sqrt{3}, \text{ с осью абсцисс.}$$

-
29. Докажите, что функция $y = 3 \sin 3x$ удовлетворяет соотношению

$$\left(\frac{y'''}{27}\right)^2 = 9 - y^2$$

8. Найдите значения параметра a , при которых касательная к графику функции $y = \cos 7x + 7 \cos x$ в точке с абсциссой a параллельна касательной к этому графику в точке с абсциссой $\frac{\pi}{6}$.

Контрольная работа № 7 (1 час)

Вариант 5

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее n -й член задается формулой $x_n = 7 \cos n\pi$.
2. Исследуйте последовательность $x_n = \frac{(-1)^n n + n^2}{n^2}$ на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(n+5)}{n^2 + n + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x + 4}$.
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции $y = \sqrt{1 + x^2}$.
5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

а) $y = \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$; б) $y = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}$; в) $y = \sqrt{4x + \sin 4x} + x^2 \cos x$.
6. Найдите абсциссу точки графика функции $y = x^2 - 2x + 5$, в которой касательная к нему параллельна прямой $y - 2x = 0$.

7. Дана функция $y = f(x)$. Найдите $f''\left(\frac{1}{4}\right)$, если $f(x) = \arcsin 2x$.

8. Найдите площадь треугольника, образованного осью ординат и двумя касательными, к графику функции $y = x^2 + 4x + 3$, проведенными из точки $A(-2; 5)$

Контрольная работа № 7 (1 час)

Вариант 6

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее n -й член задается формулой $x_n = \sin n\pi$.
2. Исследуйте последовательность $x_n = \frac{2n^2 - (-1)^n n}{n^2}$ на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n^2+1)}{n^2(3n+7)}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x + 2}$.
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции $y = \sqrt{2-x^2}$.
5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

а) $y = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$; б) $y = \frac{\cos x}{1 - 3 \sin x}$; в) $y = \sqrt{2x - \cos 2x} + x^2 \operatorname{tg} x$.
6. Найдите абсциссу точки графика функции $y = x^2 - 3x + 2$, в которой касательная к нему параллельна прямой $2x + y = 0$.

7. Дана функция $y = f(x)$. Найдите $f''(-1)$, если $f(x) = \arccos \frac{x}{2}$.

8. Найдите площадь треугольника, образованного осью ординат и двумя

касательными, к графику функции $y = x^2 - 4x + 3$, проведенными из точки $A(2; -5)$

Контрольная работа № 8 (2 часа)

Вариант 1

30. Исследуйте функцию $y = \frac{x^2}{x-2}$ на монотонность и экстремумы.

31. Постройте график функции $y = 3x^2 - x^3$.

32. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$$

на отрезке $[-1; 1]$.

33. В полукруг радиуса 6 см вписан прямоугольник. Чему равна его наибольшая площадь?

34. Докажите, что при $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ справедливо неравенство $\cos x + x \sin x > 1$.

35. При каких значениях параметра a функция

$$y = 2ax^3 + 9x^2 + 54ax + 66$$
 убывает на всей числовой прямой?

Контрольная работа № 8 (2 часа)**Вариант 2**

1. Исследуйте функцию $y = \frac{3-x^2}{x+2}$ на монотонность и экстремумы.
 2. Постройте график функции $y = x^3 - x^2$.
 3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$ на отрезке $[-1; 3]$.
 4. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 см. и углом 60° вписан прямоугольник так, что одна из его сторон лежит на гипотенузе. Чему равна наибольшая площадь такого прямоугольника?
-
5. Докажите, что при $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ справедливо неравенство $\sin x > x \cos x$.
-
6. При каких значениях параметра a функция $y = \frac{5}{3}ax^3 - 30x^2 + 5(a+9)x - 7$ возрастает на всей числовой прямой?

Контрольная работа № 8 (2 часа)**Вариант 3**

1. Исследуйте функцию $y = 4\sqrt{x}(2-x)$ на монотонность и экстремумы.
 2. Постройте график функции $y = -\frac{x^3}{3} + 4x^2 - 15x$.
 3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = x - \cos 2x$ на отрезке $[-\pi; 0]$.
 4. Периметр параллелограмма с острым углом 60° равен 8 см. Чему равна наибольшая площадь такого параллелограмма?
-

5. Докажите, что при $x > 0$ справедливо неравенство $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$.
-

6. При каких значениях параметра a наименьшее на отрезке $[0; 2]$ значение функции $y = 4x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 2$ равно 3?

Контрольная работа № 8 (2 часа)**Вариант 4**

1. Исследуйте функцию $y = 2x\sqrt{1-x}$ на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x$.
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{1}{2}x - \sin x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.
4. В треугольник с основанием a и высотой h вписан прямоугольник так, что одна его сторона принадлежит основанию треугольника. Чему равна наибольшая площадь такого прямоугольника?

5. Докажите, что при $x > 3$ справедливо неравенство $4x(x^2 + 6) > 15(x^2 + 3)$.

6. При каких значениях параметра a наименьшее на отрезке $[0; 2]$ значение функции $y = x^2 + (a+4)x + 2a + 3$ равно -4 ?

Контрольная работа № 8 (2 часа)**Вариант 5**

1. Исследуйте функцию $y = \sin 2x - x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ на монотонность и экстремумы.

2. Постройте график функции $y = x^4 - \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + 8\frac{2}{3}$.

3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{2x^3}{x-9}$ на отрезке $[-1; 1]$.

4. Боковая сторона и меньшее основание трапеции равны по 10 см.

Определите

ее большее основание так, чтобы площадь трапеции была наибольшей.

5. Докажите, что при $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ справедливо неравенство

$$x \sin x + \frac{x^2}{2} > 2 - 2 \cos x.$$

6. При каких отличных от нуля значениях параметров a и b все экстремумы функции $y = a^2x^3 + ax^2 - x + b$ отрицательны и максимум находится в точке $x = -1$?

Контрольная работа № 8 (2 часа)

Вариант 6

1. Исследуйте функцию $y = 2\sin x + \cos 2x$, $x \in (0; \pi)$ на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции $y = \frac{1}{16}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 5$
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{x^3 + 2x^2}{x - 2}$ на отрезке $[-1; 1]$.
4. В равнобедренный треугольник с длинами сторон 15, 15 и 24 см. вписан параллелограмм так, что угол при основании у них общий. Определите длины сторон параллелограмма так, чтобы его площадь была наибольшей.

-
5. Докажите, что при $x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$ справедливо неравенство

$$\cos x - x \cos x > 1 - \sin x - x \sin x.$$

-
6. При каких отличных от нуля значениях параметров a и b все

экстремумы функции $y = \frac{5}{3}a^2x^3 + 2ax^2 - 9x + b$ положительны и

максимум находится в точке $x = -\frac{9}{5}$?

Контрольная работа № 9 (1 час)

Вариант 1

1. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеется материал 5 различных цветов?

2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь нечетное число раз?

3. Решите уравнение $C_x^{x-2} + 2x = 9$.

4. Из колоды в 36 карт вытаскивают две карты. Какова вероятность извлечь при этом 2 туза?

5. На прямой взяты 8 точек, а на параллельной ей прямой – 5 точек.

Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

6. В разложении бинома $\left(\sqrt{x^3} + \frac{1}{x^4}\right)^n$ коэффициент третьего члена на 44 больше коэффициента второго члена. Найдите член, не зависящий от x .

Контрольная работа № 9 (1 час)**Вариант 2**

1. В яхт-клубе состоит 9 человек. Из них надо выбрать председателя, заместителя, секретаря и казначея. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь 1 раз?
3. Решите уравнение $C_{x-1}^{x-2} = x^2 - 13$.
4. Из колоды в 36 карт вытаскивают три карты. Какова вероятность того, что все они тузы?

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого 8-угольника, но стороны не совпадают со сторонами этого n-угольника?

6. Сумма биномиальных коэффициентов разложения бинома $\left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{2nx^2}\right)^n$ равна 64. Найдите член, не зависящий от x .

Контрольная работа № 9 (1 час)**Вариант 3**

1. Из 30 членов спортивного клуба надо не только составить команду из 4 человек для участия в четырехэтапной эстафете, но и определить порядок выхода спортсменов на этапы. Сколькими способами это можно сделать?

2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3 при условии, что цифры могут повторяться?

3. Решите уравнение $A_{x-1}^2 - C_x^1 = 79$.

4. В урне находится 3 белых и 4 черных шара. Какова вероятность того, что вынутые из нее наудачу два шара окажутся белыми?

5. На прямой взяты 6 точек, а на параллельной ей прямой – 7 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

6. В разложении бинома $\left(x^2 \cdot \sqrt[3]{x} - \frac{2}{x^2 \sqrt{x}}\right)^n$ биномиальный коэффициент пятого члена относится к биномиальному коэффициенту третьего члена, как 1:2. Найдите член, не зависящий от x .

Контрольная работа № 9 (1 час)**Вариант 4**

1. В городской думе 30 человек. Из них надо выбрать председателя и трех его заместителей. Сколькими способами это можно сделать?

2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь 1 раз?

3. Решите уравнение $A_x^3 - 6C_x^{x-2} = 0$.

4. В урне находится 2 белых, 3 красных и 16 черных шаров. Какова вероятность того, что из вынутых из нее наудачу двух шаров один окажется белым, а другой красным?

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого 10-угольника?

6. В разложении бинома $\left(x \cdot \sqrt[4]{x} - \frac{1}{\sqrt[8]{x^5}}\right)^n$ сумма биномиальных коэффициентов второго члена от начала и третьего члена от конца равна 78. Найдите член, не зависящий от x .

Контрольная работа № 9 (1 час)**Вариант 5**

1. Сколькими способами можно выбрать из полной колоды, содержащей 36 карт, 4 карты разных мастей при условии, что среди вынутых карт нет ни одной пары карт одинакового достоинства?

2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 при условии, что одна и только одна цифра содержится в записи числа четное число раз?

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{C_{x+1}^{y-1}}{C_{x+1}^y} = \frac{3}{5}, \\ \frac{A_{x+1}^y}{A_{x+1}^{y+1}} = \frac{1}{y+1}. \end{cases}$$

4. В лотерее 4 выигрышных билета и 96 пустых. Какова вероятность того, что на 10 купленных билетов выпадет хотя бы один выигрыш?

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого n -угольника, но стороны не совпадают со сторонами этого n -угольника?

6. Найдите число рациональных членов разложения $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3})^{100}$.

Контрольная работа № 9 (1 час)**Вариант 6**

1. В классе 15 девочек и 17 мальчиков. Для дежурства на избирательном участке надо выделить трех девочек и двух мальчиков. Сколькими способами это можно сделать?

2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,0 при условии, что одна и только одна цифра содержится в записи числа четное число раз?

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{C_x^{y-3}}{C_x^{y-2}} = \frac{5}{8}, \\ \frac{A_x^{y-3}}{A_x^{y-2}} = \frac{1}{8}. \end{cases}$$

4. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают 3 карты. Какова вероятность того, что среди них окажется хотя бы один туз?

5. На прямой взяты n точек, а на параллельной ей прямой – q точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

6. Найдите число рациональных членов разложения $(\sqrt[3]{4} + \sqrt[4]{3})^n$, если известно, что сумма третьего от начала и третьего от конца биномиальных коэффициентов разложения равна 9900.